# BIENES PRIVADOS: INCENTIVOS

Alejandro Neme

Instituto de Matemática Aplicada-San Luis (IMASL)
UNSL-CONICET

AAEP
XLIII Reunión Anual

19 al 23 de Noviembre de 2008.
Córdoba

# Introducción

- Existen muchas situaciones en las cuales un grupo de agentes deben repartirse una tarea o un bien, entre ellas podemos mencionar:
    - División de bienes entre acreedores en un problema de **banca rota**. (Aumann and Maschler, 1985)
    - Compartir los costos en un **proyecto público**. (Moulin 1985-7, Young 1987).
    - Solución de equilibrio con precios fijos en una **economía de intercambio**. (Benassy 1982, Barberà and Jackson 1995).
- En la asignación de tareas o bienes hay varias propiedades que son de interés, entre ellas:
    - Eficiencia
    - Equidad
    - Incentivos

# Introducción

- Consideremos un grupo de agentes participando en un proceso productivo.
- Los agentes deben contribuir con alguna cantidad de un bien homogéneo, por ejemplo trabajo, al negocio.
- La tecnología de producción está dada.
- La cantidad del bien homogéneo, trabajo, necesario para la realización del proceso productivo esta fija.
- Todos los agentes coinciden que recibirán un pago proporcional al bien homogéneo aportado.
- ¿Cuáles son los criterios que deben usarse para diseñar un mecanismo de racionalización?

# Introducción

- Existen muchas maneras diferentes de decidir el aporte de un agente.
- Podemos simplemente requerir que el aporte de cada agente sea el mismo.
- Esta solución no es muy satisfactoria, ya que es Pareto Ineficiente. Considere el caso en el cual la suma de los niveles óptimos de participación de los agentes es exactamente la cantidad necesaria para la realización del proyecto o negocio. En este caso, asignar a cada agente su nivel ideal de aporte es mejor, para todos los agentes, que el reparto igualitario.
- Los mecanismos de decisión deben regirse por métodos más sofisticados, por ejemplo la regla uniforme.

# Introducción

- Los problemas de división consisten en distribuir una cantidad fija de un bien perfectamente divisible entre un grupo de agentes.
- Los agentes tienen una preferencia sobre la cantidad del bien homogéneo que debe ser distribuido.
- Un mecanismo de división es una regla que asigna a cada perfil de preferencia de los agentes un vector de distribución del bien.
- Es natural restringirse al caso en el cual las preferencias de los agentes sobre el nivel de participación en el proyecto o negocio son unimodades: cada agente tiene un nivel óptimo de participación y su utilidad decrece monótonamente cuando este nivel se aleja del óptimo.

# Introducción

- La demanda total de los agentes puede no ser compatible. Esta suma puede ser mayor o menor que la cantidad del bien que debe ser distribuido.
- Un problema de racionamiento positivo o negativo emerge dependiendo si estas cantidades difieren por exceso o defecto de la cantidad fija a distribuir.
- El diseños de los mecanismos difieren en como este problema de racionamiento es resuelto teniendo en cuenta las propiedades de eficiencia, anonimidad, consistencia, incentivos, etc.
- Sprumont (Econometrica 1991) demuestra que si cada agente tiene preferencias unimodales sobre su reparto, entonces la regla uniforme es la única que satisface eficiencia, anonimidad y no-manipulabilidad.

# El modelo: Sprumont (Econometrica 1991)

- Un conjunto finito de $n$-agentes

$$N = \{1, .., n\}$$

- Ellos deben distribuirse una cantidad "$t$" de un bien perfectamente divisible.
- El conjunto de los posibles vectores de distribución es:

$$A = \{(x_1, ..., x_n) \in \boldsymbol{R}^n_+ / \sum_{i=1}^{n} x_i = t\}.$$

# El modelo: Sprumont (Econometrica 1991)

- Cada agente $i \in N$ tiene un pre-orden completo $R_i$ sobre $[0, t]$. $R_i$ es una relación binaria completa, reflexiva y transitiva.
- Sea $P_i$ la preferencia estricta asociada con $R_i$, y sea $I_i$ la relación de indiferencia.
- Supondremos que las preferencias de los agentes son unimodales.
- $R_i$ es unimodal si tiene un único optimo que denotaremos $\tau(R_i) \in [0, t]$, y para todo par de vectores $y, x \in [0, t]$, tenemos que $xP_iy$ si $y < x \leq \tau(R_i)$ ó $\tau(R_i) \leq x < y$.
- Denotemos $\mathcal{R}$ el conjunto de preferencias unimodales y continuas sobre $[0, t]$.
- Un perfil de preferencias es una $n$-tuples de preferencias sobre $[0, t]$,

$$\mathbf{R} = (R_1, ..., R_n) \in \mathcal{R}^n$$

- Un perfil de preferencias será denotado también por: $\mathbf{R} = (R_i, \mathbf{R}_{-i})$.

# El modelo: Sprumont (Econometrica 1991)

- Un mecanismo de reparto es una función $\Phi : \mathcal{R}^n \longrightarrow A$.

Observe que, $\sum_{i=1}^{n} \Phi_i(\mathbf{R}) = t$ para todo perfil de preferencias $\mathbf{R} \in \mathcal{R}^n$.

- Un mecanismo de reparto requiere que cada agente reporte su preferencia.
- El mecanismo propone un vector de distribución del bien, $\Phi(\mathbf{R}) \in A$.

# El modelo: Sprumont (Econometrica 1991)

- Un mecanismo de reparto es no manipulable si los agentes tienen incentivos en revelar su verdadera preferencia, es decir, declarar la verdadera preferencia es una estrategia dominante en el juego de revelación directa generado por el mecanismo.

Formalmente,

**Definición**

*Un mecanismo $\Phi$ es manipulable si existe un perfil de preferencias $(R_1, ..., R_n) \in \mathcal{R}^n$, existe un agente $i \in N$, y una preferencia $R'_i \in \mathcal{R}$ tal que:*

$$\Phi_i\left(R'_i, \mathbf{R}_{-i}\right) P_i \Phi_i\left(R_i, \mathbf{R}_{-i}\right).$$

# El modelo: Sprumont (Econometrica 1991)

- Un mecanismo de reparto es eficiente si siempre selecciona un vector de reparto Pareto eficiente.

**Definición**

*Dado un perfil de preferencias* $\mathbf{R} \in \mathcal{R}^n$*, un vector de reparto* $x \in A$ *es eficiente si no existe un vector* $z \in A$ *tal que para todo* $i \in N$, $z_i R_i x_i$*, y existe al menos un* $j \in N$ *tal que* $z_j P_j x_j$.

$E(\mathbf{R})$ es el conjunto de todos los vectores eficientes.

**Definición**

*Un mecanismo de reparto* $\Phi$ *es eficiente si* $\Phi(\mathbf{R}) \in E(\mathbf{R})$ *para cada* $\mathbf{R} \in \mathcal{R}^n$.

# El modelo: Sprumont (Econometrica 1991)

- Un mecanismo de reparto es anónimo si solo depende de las características del perfil de preferencias y no del nombre del agente que tiene la correspondiente preferencia.
- Sea $\pi : N \to N$ una función uno a uno, una permutación. Dado un perfil de preferencia $\mathbf{R}$, definimos $\mathbf{R}^{\pi} = (R_1^{\pi}, .., R_n^{\pi})$, con $R_i^{\pi} = R_{\pi(i)}$.

**Definición**

*Un mecanismo de reparto $\Phi$ es anónimo si para todo $(R_1, ..., R_n) \in \mathcal{R}^n$, todo $i \in N$, y cualquier permutación $\pi$ de $N$, tenemos que $\Phi_i(\mathbf{R}) = \Phi_{\pi(i)}(\mathbf{R}^{\pi})$.*

# Regla Uniforme

Dado un perfil de preferencia $\mathbf{R} \in \mathcal{R}^n$, la regla de reparto uniforme puede describirse como sigue:
$\Phi^U : \mathcal{R}^n \to A$, está definida por:

$$\Phi_i^U(\mathbf{R}) = \begin{cases} \min\left\{\tau(R_i), \lambda(\mathbf{R})\right\} & \text{if } t \leq \sum \tau(R_j), \\ \max\left\{\tau(R_i), \lambda(\mathbf{R})\right\} & \text{if } t \geq \sum \tau(R_j), \end{cases}$$

para todo $\mathbf{R} \in \mathcal{R}^n$; todo $i \in N$, donde $\lambda(\mathbf{R})$ es la única solución tal que $\sum \Phi_j^U(\mathbf{R}) = t$.

# Regla Uniforme: descripción algoritmica

Dado $\mathbf{R} \in \mathcal{R}^n$, la regla uniforme puede describirse algorítmicamente como sigue:

Supongamos que $\sum_{i=1}^{n} \tau(R_i) \geq t$.

- Etapa 1):
  - Sea $N_1 = \left\{ i \in N : \tau(R_i) \leq \frac{t}{n} \right\}$.

1. Si $N_1 = \emptyset$, entonces $\Phi_i^U(\mathbf{R}) = \frac{t}{n}$ para todo $i \in N$.
2. Si $N_1 \neq \emptyset$, entonces $\Phi_i^U(\mathbf{R}) = \tau(R_i)$ para todo $i \in N_1$.

- Etapa 2): Sea $t_1 = t - \sum_{i \in N_1} \tau(R_i)$ y $n_1 = n - \# N_1$
  - $N_2 = \left\{ i \in N : \tau(R_i) \leq \frac{t_1}{n_1} \right\}$
    1. Si $N_2 = \emptyset \Longrightarrow \Phi_i^U(\mathbf{R}) = \frac{t_1}{n_1}$ para todo $i \in N - N_1$
    2. Si $N_2 \neq \emptyset \Longrightarrow \Phi_i^U(\mathbf{R}) = \tau(R_i)$ pata todo $i \in N_1$
- Etapa 3), $\cdots\cdots$

# Resultados: Sprumont (Econometrica 1991)

**Teorema**

*(Sprumont, Econometrica 1991) Una regla de reparto* $\Phi : \mathcal{R}^n \longrightarrow A$ *es eficiente,* **anónima** *y no manipulable si y solo si es a la regla uniforme,* $\Phi = \Phi^U$.

# Resultados:

| Noción de simetría: | |
|---|---|
| **anónimidad** | Sprumont (Econometrica 1991) |
| **libre de envidia** | Sprumont (Econometrica 1991) |
| **igual tratamiento de iguales** | Ching (Social Choice and Welfare 1994) |
| **simétrica** | Ching (Social Choice and Welfare 1995) |

**Teorema**

*Una regla de reparto* $\Phi : \mathcal{R}^n \to A$ *es eficiente, no manipulable y* **"noción de simetría"** *si y solo si es a la regla uniforme,* $\Phi = \Phi^U$.

# Dominios maximales

- Ahora nos preguntamos: ¿Cuanto puede crecer el dominio de preferencias y aun permitir la existencia de reglas que satisfagan interesantes propiedades?.
- El objetivo es caracterizar el dominio maximal de preferencias, que contenga a las unimodales, bajo las cuales existen al menos un mecanismo que satisfaga eficiencia, no-manipulabilidad y alguna condición de simetría.
- El dominio maximal dependerá fuertemente de los dos parámetros del modelo, $t$ la cantidad del bien que debe repartirse y $n$ el conjunto de los agentes entre quienes debe repartirse el bien.
- Muchos artículos han identificado dominios maximales de preferencias para la existencia de mecanismos no-manipulables en diferentes contextos: Barberà, Sonneschein, and Zhou (1991), Serizawa (1995), Barberà, Massó, and Neme (1997), Berga and Serizawa (1996), and Berga (1997), etc.

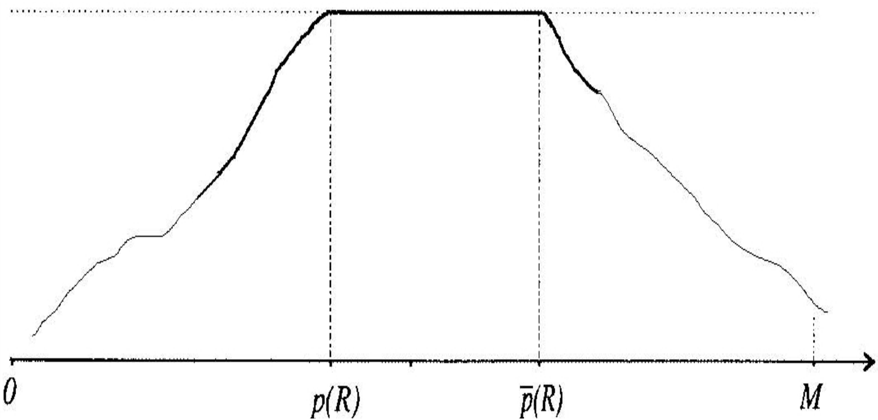
# Dominios maximales

- Ching and Serizawa (Journal of Economic Theory 1998): (La cantidad del bien es un parámetro del modelo)

**Teorema**

*El conjunto de las preferencias "single-plateau" es el único dominio maximal, que contiene al conjunto de las preferencias unimodales y que satisface la existencia de mecanismos no manipulables, eficientes y simétricos.*

# Dominios maximales: "single-plateau"



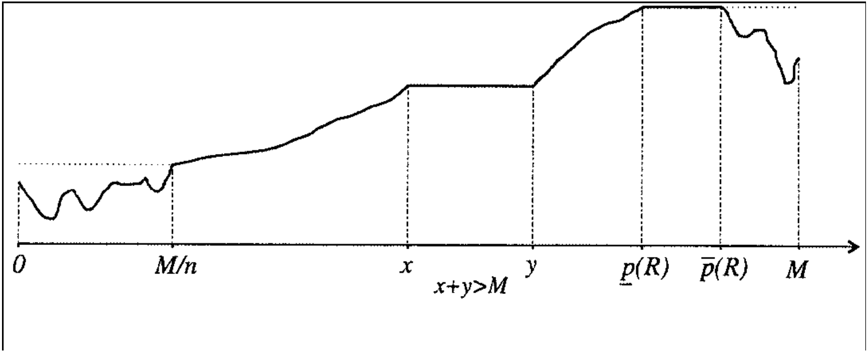
# Dominios maximales

- Massó and Neme (Games and Economic Behavior 2001):

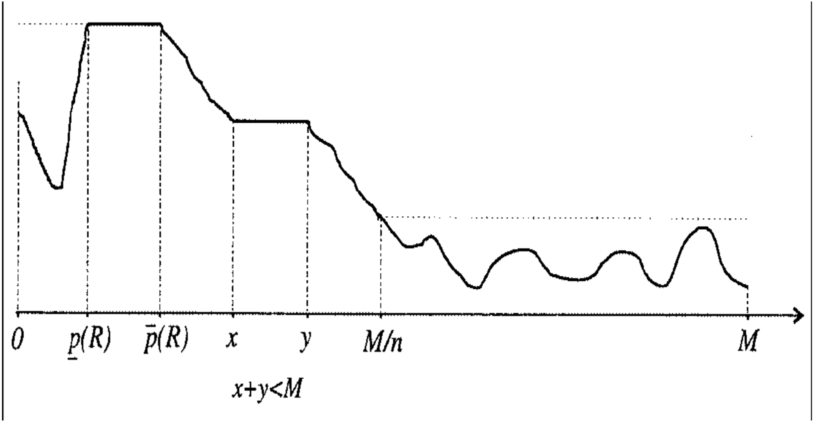
**Teorema**

*El conjunto de las preferencias que satisfacen la propiedad de "monotonía restringida" es el único dominio maximal, que contiene a las preferencias unimodales, y que satisface la existencia de mecanismos no manipulables, eficientes y simétricos.*

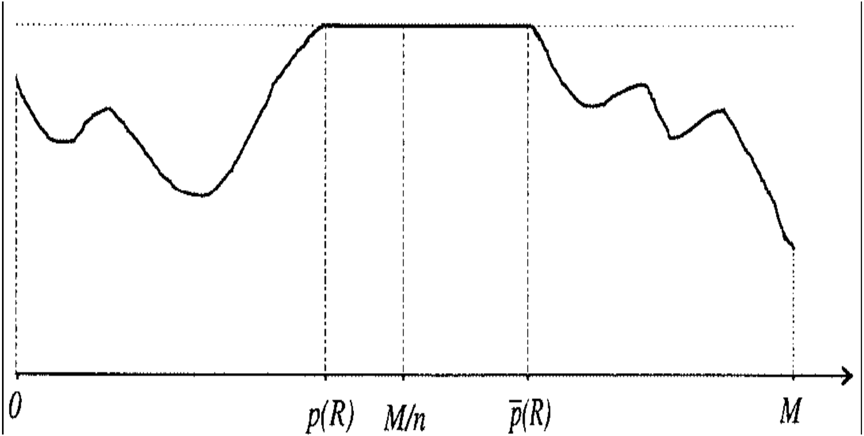
# Dominios maximales: "monotonía restringida"



# Dominios maximales: "monotonía restringida"



# Dominios maximales: "monotonía restringida"



# Mecanismos secuenciales

- La regla de reparto uniforme está caracterizada por las propiedades de eficiencia, no-manipulabilidad y alguna condición de simetría (anonimidad, igual tratamiento de iguales, libre de envidia, simetría, etc.)
- Por diferentes razones tales como historial, derechos, capacidad, etc., los agentes deben ser considerados con prioridades diferentes.
- En algunas aplicaciones, es natural que los agentes reclamen niveles de participación minimales, maximales o diferenciales.

# Mecanismos secuenciales

- Esta regla uniforme es inapropiada cuando hay alguna asimetría entre los agentes que uno desea respetar en el diseño del mecanismo.
- Ejemplo: fijemos un orden de prioridad entre los agentes y consideremos el mecanismo el cual el agente con más prioridad elije su nivel de participación óptimo. El segundo agente prioritario elige su óptimo sobre la cantidad de bien restante y así sucesivamente.
- La regla uniforme no respeta ninguno de los criterios de asimetría.
- El objetivo es diseñar reglas que respeten estas asimetrías y aun conservan las propiedades de "no-manipulabilidad" y eficiencia.

## Definición

*Un mecanismo de reparto* $\Phi$ *satisface monotonía, si para todo perfil de estrategias* $(R_1, ..., R_n) \in \mathcal{R}^n$*, para todo* $i \in N$ *y para todo* $R_i' \in \mathcal{R}$ *,*

$$\Phi_i\left(R_i', \mathbf{R}_{-i}\right) \leq \Phi_i\left(R_i, \mathbf{R}_{-i}\right) \Longrightarrow \Phi_j\left(R_i', \mathbf{R}_{-i}\right) \geq \Phi_j\left(R_i, \mathbf{R}_{-i}\right)$$

## Teorema

*Barbera, Jackson and Neme (GEB 1997)Un mecanismo de reparto* $\Phi$ *satisface no-manipulabilidad, eficiencia y monotonía es una regla de reparto secuencial.*

# Mecanismos secuenciales: ejemplo

Dado $\mathbf{R} \in \mathcal{R}^n$ y $(\alpha_1, ..., \alpha_n)$ tal que $\sum_i \alpha_i = t$, un ejemplo de regla secuencial puede describirse algorítmicamente como sigue:

Supongamos que $\sum_{i=1}^{n} \tau(R_i) \geq t$.

- Etapa 1):
  - Sea $N_1 = \{i \in N : \tau(R_i) \leq \alpha_i\}$.

  1. Si $N_1 = \emptyset$, entonces $\Phi_i^U(\mathbf{R}) = \alpha_i$ para todo $i \in N$.
  2. Si $N_1 \neq \emptyset$, entonces $\Phi_i^U(\mathbf{R}) = \tau(R_i)$ para todo $i \in N_1$.

- Etapa 2): Sea $t_1 = t - \sum_{i \in N_1} \tau(R_i)$, $n_1 = n - \# N_1$ y $\beta_k = \alpha_k \frac{t_1}{\sum_{j \in N \setminus N_1} \alpha_j}$
  - $N_2 = \{i \in N \setminus N_1 : \tau(R_i) \leq \beta_i\}$
    1. Si $N_2 = \emptyset \Longrightarrow \Phi_i^U(\mathbf{R}) = \beta_i$ para todo $i \in N - N_1$
    2. Si $N_2 \neq \emptyset \Longrightarrow \Phi_i^U(\mathbf{R}) = \tau(R_i)$ pata todo $i \in N_1$

- Etapa 3), $\cdots\cdots$

# Mecanismos "a prueba de sobornos"

- Schummer 2000 propuso en un marco general de economías con bienes públicos y preferencias cuasi-lineales el concepto de mecanismos "a prueba de soborno".
- Un mecanismo es "a prueba de soborno" si no existe un grupo de agentes que tengan incentivos a ofrecer a un tercer agente un pago lateral a cambio de que este cambie su declaración de la preferencia.
- Los resultados obtenidos no son llamativos ya que esencialmente encuentra que los mecanismos son constantes respecto a esta transferencia monetaria.
- Pero esto no es sorprendente ya que "a prueba de soborno" es una combinación de los principios de no-manipulabilidad y eficiencia y es bien conocido la incompatibilidad de estos dos conceptos en el contexto de bienes públicos.
- En contraste con esto, existe una amplia familia de mecanismos que satisfacen estas dos propiedades en el contexto de bienes privados: los mecanismos de reparto secuenciales.

# Mecanismos "a prueba de sobornos"

## Definición

*Un mecanismo de reparto es "a prueba de soborno" si para todo perfil de preferencias* $(R_1, ..., R_n) \in \mathcal{R}^n$, *para todo* $i \in N$, *y todo* $R_i' \in \mathcal{R}$ *no existe* $S \subseteq N$ *y* $(t_j)_{j \in S}$ *tal que* $i \in S$, $\sum_{j \in S} t_j = \sum_{j \in S} \Phi_j(R_i', \mathbf{R}_{-i})$, *y para todo* $j \in S$

$$t_j P_j \Phi_j(R_i, \mathbf{R}_{-i}).$$

## Lema

*Todo mecanismo de reparto "a prueba de soborno" es no-manipulable y eficiente.*

## Teorema

*Todo mecanismo de reparto no-manipulable, eficiente y monótono es "a prueba de soborno".*

## Definición

*Un mecanismo de reparto $\Phi$ satisface monotonía débil, si para todo perfil de estrategias $(R_1, ..., R_n) \in \mathcal{R}^n$, para todo $i \in N$ y para todo $R_i' \in \mathcal{R}$ , si $\Phi_i\left(R_i', \mathbf{R}_{-i}\right) \leq \Phi_i\left(R_i, \mathbf{R}_{-i}\right)$ y $[\Phi_i\left(\mathbf{R}\right) \neq \tau(R_i)$ or $\Phi_i\left(R_i', \mathbf{R}_{-i}\right) \neq \tau(R_i')]$, entonces $\Phi_j\left(R_i', \mathbf{R}_{-i}\right) \geq \Phi_j\left(R_i, \mathbf{R}_{-i}\right)$ $\forall j \neq i$.*

## Teorema

*Todo mecanismo de reparto no-manipulable, eficiente y débilmente monótono es "a prueba de soborno".*

## Teorema

*Un mecanismo de reparto es "a prueba de soborno" si y solo si es débilmente secuencial.*

# Mecanismos con participación voluntaria

- En muchas aplicaciones, la participación de los agentes en los procesos productivos no puede ser compulsiva.
- Los mecanismos no deberían asignar niveles de participación inaceptables a los agente. De otra forma, los agentes puede preferir no participar del proceso al nivel asignado.
- En este modelo las preferencias de los agentes están caracterizadas por:
  - Un intervalo de participación
  - Preferencias unimodales sobre dicho intervalo.
- Los niveles de participación fuera del intervalo son inaceptables.

# Mecanismos con participación voluntaria

- Un mecanismo debe asignar a cada perfil de preferencia de los agentes un vector de distribución del bien con niveles de participación aceptables o un vector cero identificado con la no participación de los agentes.
- En este modelo, propiedades deseables tales como no-manipulabilidad y eficiencia son incompatibles.

# Mecanismos con participación voluntaria: preguntas

- En los problemas de división debemos responder solo una pregunta:
  - ¿Como distribuimos la cantidad $t$ del bien entre los agentes?
- En los problemas de división con participación voluntaria debemos responder dos preguntas:
  - ¿Entre que agentes distribuiremos la cantidad $t$ del bien?
  - ¿Como distribuimos la cantidad $t$ del bien entre estos agentes?

# El modelo: participación voluntaria

- Un modelo de división con participación voluntaria es: $(N, \mathbf{R}, t, l, u)$.
- $N$ denota el conjunto de agentes,
- $t$ la cantidad del bien que debe ser distribuido,
- $l$ es la cantidad mínima que los agentes desean recibir,
- $u$ es la cantidad máxima que los agentes desean recibir,
- $R_i$ denota preferencias unimodales sobre $[l_i, u_i]$.

- Dado un modelo $(N, \mathbf{R}, t, l, u)$ y un mecanismo $\Phi$, definimos $c^{\Phi}(N, \mathbf{R}, t, l, u)$ **"la coalición elegida por"** $\Phi$, como el conjunto de los agentes entre quienes es dividida la cantidad $t$ del bien.
- **Independencia débil de las alternativas irrelevantes** $(idai)$**:** Sean $(N, \mathbf{R}, t, l, u)$ y $(N', \mathbf{R}', t', l', u')$ dos modelos tales que $A(N', \mathbf{R}', t', l', u') \subset A(N, \mathbf{R}, t, l, u)$ y $c^{\Phi}(N, \mathbf{R}, t, l, u) \in A(N', \mathbf{R}', t', l', u')$. Entonces,

$$c^{\Phi}(N', \mathbf{R}', t', l', u') = c^{\Phi}(N, \mathbf{R}, t, l, u).$$

- **Consistencia** $(co)$**:** Sea $\mathbf{R}$ un perfil de preferencias y $S \subset N$ una coalición. Para todo $j \in S$,

$$\Phi_j(N, \mathbf{R}, t, l, u) = \Phi_j\left(S, (R_i)_{i\in S}, t^S, (l_i)_{i\in S}, (u_i)_{i\in S}\right)$$

con $t^S = t - \sum_{i\in N\setminus S} \Phi_i(N, \mathbf{R}, t, l, u)$.

# El modelo: propiedades

- Un mecanismo satisface **individualidad racional respecto de la división igualitaria** (*irrdi*) si para todo modelo $(N, \mathbf{R}, t, l, u)$ para el cual $N$ es una coalición admisible,

$$\Phi_i (N, \mathbf{R}, t, l, u) \succeq_i l_i + \min \{\alpha, u_i - l_i\},$$

paara todo $i \in N$, donde $\alpha \in \mathbb{R}$ es la única solución de $\sum_{j \in N} \min \{\alpha, u_j - l_j\} = t - \sum_{j \in N} l_j$.

1. Cada agente de $N$ recibe $l_i$.
2. El resto $\left(t - \sum_{i \in N} l_i\right)$ es dividido, tanto como sea posible, entre todos los agentes. Es decir cada agente $i \in N$ recibe $\min \{\alpha, u_i - l_i\}$ donde $\alpha$ satisface $\sum_{i \in N} \min \{\alpha, u_i - l_i\} = t - \sum_{i \in N} l_i$.
3. Cada agente $i \in N$ debe recibir una cantidad tan buena como $l_i + \min \{\alpha, u_i - l_i\}$.

# Regla uniforme

Primero extendemos la regla uniforme a la siguiente situación: $S \subset N$ una coalición, $l_i = 0$ para todo $i \in S$ y $t \leq \sum_{i \in S} u_i$.

$$U_i^E\left(S, \mathbf{R}, t, 0, u\right) = \begin{cases} \min\left\{\tau(R_i), \alpha\right\} & \text{if } \sum_{i \in S} \tau(R_i) \geq t \\ \min\left\{\max\{\tau(R_i), \alpha\}, u_i\right\} & \text{if } \sum_{i \in S} \tau(R_i) < t \end{cases}$$

donde $\alpha$ es la única solución de $\sum_{i \in S} U_i^E\left(S, \mathbf{R}, t, 0, u\right) = t$.

# Regla uniforme

- Decimos que un mecanismo $\Phi$ es la regla uniforme en un modelo de división con participación voluntaria si:
  1. $\Phi$ selecciona $c^{\Phi}(N, \mathbf{R}, t, l, u) = S^{\Phi}$. Sin restricciones.
  2. Cada agente $i \in c^{\Phi}(N, \mathbf{R}, t, l, u) = S^{\Phi}$ recibe $l_i$.
  3. La cantidad restante $t - \sum_{i \in S^{\Phi}} l_i$ es dividida entre los agentes de la coalición $S^{\Phi}$ siguiendo la regla uniforme, *i.e.* $U_i^E\left(S^{\Phi}, \mathbf{R}^{S^{\Phi}}, t^{S^{\Phi}}, 0, u^{S^{\Phi}}\right)$.
- El mecanismo $\Phi$ es la regla uniforme si y solo si

$$\Phi_i(N, \mathbf{R}, t, l, u) = \begin{cases} l_i + U_i^E\left(S^{\Phi}, \mathbf{R}^{S^{\Phi}}, t^{S^{\Phi}}, 0, u^{S^{\Phi}}\right) & \text{if } i \in S^{\Phi} \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

# El modelo: resultados

## Teorema

*(Bergantiños-Massó-Neme) Un mecanismo $\Phi$ satisface ef, co, idai, y irrdi si y solo si existe un orden monótono $\rho$ sobre el conjunto de coaliciones tal que:*

**1**.- *Si* $A(N,\mathbf{R},t,l,u) \neq \emptyset$, *entonces* $c^{\Phi}(N,\mathbf{R},t,l,u)\,\rho S$ *para todo* $S \in A(N,\mathbf{R},t,l,u) \setminus \{c^{\Phi}(N,\mathbf{R},t,l,u)\}$.

**2**.- *Sea* $S^{\Phi} = c^{\Phi}(N,\mathbf{R},t,l,u)$ *la coalición elegida por* $\Phi$. *para todo* $i \in N$

$$\Phi_i(N,\mathbf{R},t,l,u) = \begin{cases} l_i + U_i^E\left(S^{\Phi}, \mathbf{R}^{S^{\Phi}}, t^{S^{\Phi}}, 0, u^{S^{\Phi}}\right) & \textit{if } i \in S^{\Phi} \\ 0 & \textit{otherwise.} \end{cases}$$

- La coalición elegida por el mecanismo es la ranqueada primero por $\rho$ en el conjunto de las coaliciones admisibles.
- El mecanismo usa la regla uniforme en esta coalición seleccionada.