

# Modelos EGDE

Presentación de  
**Guillermo J. Escudé (BCRA)**

en la Mesa Redonda: Progresos en Economía Computacional,  
Reunión Anual de la Asociación Argentina de Economía  
Política (AAEP)

Córdoba, 19-21 de Noviembre, 2008

Las opiniones vertidas en este trabajo son del autor y no necesariamente coinciden  
con las del BCRA.

# Modelos EGDE

## Plan de la Presentación

1. Conceptos generales sobre modelos EGDE
2. Modelo EGDE pequeño a modo de EJEMPLO de las etapas de construcción/calibración.
3. Ideas formales sobre solución de modelos EGDE
4. Solución de EJEMPLO mediante Dynare/MATLAB
5. Ideas básicas de estimación Bayesiana de parámetros de modelos EGDE
6. Uso de Dynare para estimación/proyección de modelo EJEMPLO
7. Dificultades con modelos más realistas/grandes: ARGEMmy

# Modelos EGDE

## Plan de la Presentación

1. Conceptos generales sobre modelos EGDE
2. Modelo EGDE pequeño a modo de EJEMPLO de las etapas de construcción/calibración.
3. Ideas formales sobre solución de modelos EGDE
4. Solución de EJEMPLO mediante Dynare/MATLAB
5. Ideas básicas de estimación Bayesiana de parámetros de modelos EGDE
6. Uso de Dynare para estimación/proyección de modelo EJEMPLO
7. Dificultades con modelos más realistas/grandes: ARGEMmy

# EGDE (DSGE en inglés)

- Equilibrio
  - General
  - Dinámico y
  - Estocástico
- Dynamic and  
Stochastic  
General  
Equilibrium

# EGDE

- Modelos de Equilibrio General:
  - Son microfundados: el comportamiento de (al menos) los agentes privados es modelado en base a objetivos (utilidad, beneficios) y restricciones (presupuestarias y/u otras) explícitos. Responden a la **Crítica de Lucas**.
  - Los mercados se equilibran pero cada vez más se supone competencia monopolística en lugar de perfecta.

# EGDE

- Modelos Dinámicos:
  - Las variables dependen del tiempo  $t$
  - de manera no trivial:  $t, t-1, t+1, \dots$  (usualmente tiempo discreto).
- Modelos Estocásticos:
  - Hay variables aleatorias. Típicamente hay perturbaciones (*shocks*) aleatorias que afectan al sistema, o bien se explicitan errores de medición aleatorios.

# Modelos EGDE

- Las ecuaciones suelen ser:
  - Condiciones de primer orden de problemas de optimización de agentes
  - Condiciones de equilibrio de mercado ( $O=D$ ).
  - Identidades entre variables.
  - Procesos estocásticos autorregresivos (AR) para los shocks
  - Ecuaciones que representan reglas de política (fiscales, monetarias, cambiarias).

# Expectativas Racionales (ER)

- Si bien no es imprescindible, es usual suponer ER:
  - Los agentes conocen el modelo de la economía.
  - El valor esperado por los agentes para las variables futuras coinciden con los valores esperados que se derivan de la solución del modelo.
  - Pues conocen las distribuciones de probabilidades supuestas.
  - Pero no conocen las realizaciones particulares de las variables aleatorias.
  - Alternativa en algunos modelos: aprendizaje de ER (*learning*).

# Etapas en los modelos EGDE macroeconómicos

- Prehistoria:
  - Equilibrio General (Arrow-Debreu-Hahn)
  - Equilibrio General Dinámico y Determinístico
- Modelos de Ciclo Económico Real (*Real Business Cycle*: RBC): Estocásticos
  - Lucas, Prescott, Cooley, Hansen, Kydland
- Incorporación de rigideces de precios o salarios (*sticky prices*: precios pegajosos):
  - Versión Nueva Keynesiana de la “Curva de Phillips (Calvo, Rotemberg, Yun, Christiano, Eichenbaum y Evans).

# Etapas en los modelos EGDE macroeconómicos (2)

- Incorporación de reglas simples de política:
  - Regla de Taylor para la tasa de interés de corto plazo.
  - Reglas fiscales, etc.
- Expansión a la economía abierta:
  - Comercio exterior, Balance de Pagos, tipo de cambio real, régimen cambiario.
  - *Passthrough* lento del tipo de cambio y precios externos a los precios domésticos.
- **Modelos EGDE:** cada vez son más usados en Bancos Centrales para análisis de políticas y pronósticos de mediano plazo.

# Modelos EGDE

## Plan de la Presentación

1. Conceptos generales sobre modelos EGDE
2. Modelo EGDE pequeño a modo de EJEMPLO de las etapas de construcción/calibración.
3. Ideas formales sobre solución de modelos EGDE
4. Solución de EJEMPLO mediante Dynare/MATLAB
5. Ideas básicas de estimación Bayesiana de parámetros de modelos EGDE
6. Uso de Dynare para estimación/proyección de modelo EJEMPLO
7. Dificultades con modelos más realistas/grandes: ARGEMmy

# Modelo Ejemplo

(de Jesús Fernández-Villaverde)

- Los hogares eligen su consumo  $c_t$  y su trabajo  $l_t$  para maximizar su utilidad:

$$E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta [\log c_t + \psi(\log(1 - l_t))]$$

- Sujeta a sus restricciones presupuestarias:

$$c_t + k_{t+1} = w_t l_t + r_t k_t + (1 - \delta)k_t$$

- (Puede verse también como una ecuación de acumulación de capital.)
- $l_t$ : trabajo,  $k_t$ : stock de capital,  $w_t$ : salario real,  $r_t$ : retorno real al capital,  $\beta$  : factor de descuento,  $\delta$  : tasa de depreciación.

# Modelo Ejemplo

- Se obtienen las CPO:
  - ecuación de Euler –intertemporal-
  - balance consumo-ocio -intratemporal:

$$\frac{1}{c_t} = \beta E_t \left( \frac{1}{c_{t+1}} (1 + r_{t+1} - \delta) \right)$$

$$\psi \frac{c_t}{1 - l_t} = w_t$$

- Las empresas operan con **competencia monopolística**. Cada una produce una variedad exclusiva. La empresa  $i$  en el intervalo  $(0,1)$  produce el bien  $i$  con la función de producción:

$$y_{it} = k_{it}^\alpha (e^{z_t} l_{it})^{1-\alpha}$$

# Modelo Ejemplo

- $z_t$  capta la productividad, que evoluciona según el proceso autorregresivo AR(1):

$$z_t = \rho z_{t-1} + e_t$$

- Donde  $\rho$  es un parámetro que capta la persistencia del proceso y  $e_t$  es una variable aleatoria normal con media 0 y desvío estándar  $\sigma$ .
- La max. de beneficios de las empresas con precios pegajosos da 1) una condición de proporcionalidad entre insumos (igual para todo  $i$ ):

$$k_{it}r_t = \frac{\alpha}{1-\alpha} w_t l_{it} \quad \Rightarrow \quad k_t r_t = \frac{\alpha}{1-\alpha} w_t l_t$$

# Modelo Ejemplo

- 2) la fijación del precio como mark-up sobre el costo marginal:

$$p_{it} = \frac{\epsilon}{\epsilon - 1} mc_t p_t$$

$$mc_t = \frac{1}{(1 - \alpha)^{1-\alpha} \alpha^\alpha} \frac{w_t^{1-\alpha} r_t^\alpha}{Z_t}$$

- El parámetro  $\epsilon$  es la elasticidad de sustitución de las diferentes variedades. Cuanto más alta es, menor es el markup ya que hay menor poder monopólico
- Se demuestra que las demandas de los factores son:

$$l_t = (1 - \alpha) mc_t y_t / w_t, \quad k_t = \alpha mc_t y_t / r_t$$

# Modelo Ejemplo: 8 Ecuaciones

(algunas no-lineales, algunas dinámicas,  
algunas estocásticas)

$$\frac{1}{c_t} = \beta E_t \left( \frac{1}{c_{t+1}} (1 + r_{t+1} - \delta) \right)$$

$$w_t = \psi \frac{c_t}{1 - l_t}$$

$$y_t = k_t^\alpha (e^{z_t} l_t)^{1-\alpha}$$

$$l_t = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} (1 - \alpha) y_t / w_t$$

$$k_t = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \alpha y_t / r_t$$

$$y_t = c_t + i_t$$

$$i_t = k_{t+1} - (1 - \delta)k_t$$

$$z_t = \rho z_{t-1} + e_t,$$

$$0 < \rho < 1, e_t \sim N(0, \sigma)$$

# Modelo Ejemplo: variables endógenas y parámetros

- 8 variables endógenas:

$$c_t, i_t, y_t, r_t, w_t, l_t, k_t, z_t$$

- 7 parámetros

$$\theta = (\beta, \psi, \alpha, \delta, \epsilon, \rho, \sigma)$$

- Al ser algunas de las ecuaciones **no-lineales**, en general no tienen solución analítica los modelos EGDE.
- Luego, se los aproxima linealmente (o log-linealmente) en un entorno de la solución de largo plazo.
- Si el modelo es estable, converge al EENE.

# Modelo Ejemplo:

## Estado Estacionario No Estocástico

- Para toda variable endógena

$$x_{t-1} = x_t = x_{t+1}$$

- Toda variable estocástica está en su valor esperado

– En nuestro caso, como  $e_t \sim N(0, \sigma)$

$e = 0$  y por lo tanto

$$(1 - \rho)z = e = 0 \Rightarrow z = 0$$

Las 7 ecuaciones restantes determinan  $c$ ,  $i$ ,  $y$ ,  $w$ ,  $r$ ,  $k$ ,  $l$ , como funciones de los parámetros (en general, el EENE puede no existir o no ser único)

$$\frac{1}{c} = \beta \left( \frac{1}{c} (1 + r - \delta) \right) \Rightarrow r = \frac{1}{\beta} - (1 - \delta)$$

$$w = \psi \frac{c}{1 - l}$$

$$y = k^\alpha l^{1-\alpha}$$

$$wl = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} (1 - \alpha)y$$

$$rk = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \alpha y$$

$$y = c + i$$

$$i = \delta k$$

# Modelos EGDE

## Plan de la Presentación

1. Conceptos generales sobre modelos EGDE
2. Modelo EGDE pequeño a modo de EJEMPLO de las etapas de construcción/calibración.
3. Ideas formales sobre solución de modelos EGDE
4. Solución de EJEMPLO mediante Dynare/MATLAB
5. Ideas básicas de estimación Bayesiana de parámetros de modelos EGDE
6. Uso de Dynare para estimación/proyección de modelo EJEMPLO
7. Dificultades con modelos más realistas/grandes: ARGEMmy

# Modelo EGDE

- Puede expresarse en forma estilizada como:

$$E_t f(X_{t+1}, X_t, X_{t-1}, \theta, \varepsilon_t) = 0$$

$$E_t(\varepsilon_t) = 0$$

$$E_t(\varepsilon_t \varepsilon_t') = \Sigma$$

- Puede expresarse en forma “canónica” eliminando variables rezagadas con introducción de nuevas variables (y ecuaciones):  $x_{1,t} = x_{t-1}$ .
- Al ser algunas de las ecuaciones **no-lineales**, en general no tienen solución analítica los modelos EGDE.
- Luego, se los aproxima linealmente (o log-linealmente) en un entorno de la(s) solución de largo plazo.
- Para ello, primero se obtiene la solución de EENE.

# Solución del modelo EGDE

- Se sustituye las ecuaciones no-lineales por sus aproximaciones lineales (o log-lineales) (válidas en un entorno del EENE).
- En el sistema aproximado los coeficientes (en las matrices A,B,C) son funciones (no-lineales) de los parámetros  $\theta$ .
- Los procesos autorregresivos (shocks) se incluyen en la primera fila, junto con otras variables de estado (o sea, ancladas en el pasado).
- $X_{1t}$  contiene las variables de estado y  $X_{2t}$  las demás.

$$A \begin{bmatrix} X_{1,t+1} \\ E_t X_{2,t+1} \end{bmatrix} = B \begin{bmatrix} X_{1,t} \\ X_{2,t} \end{bmatrix} + C \varepsilon_t$$

## Solución del modelo EGDE (2)

$$A \begin{bmatrix} X_{1,t+1} \\ E_t X_{2,t+1} \end{bmatrix} = B \begin{bmatrix} X_{1,t} \\ X_{2,t} \end{bmatrix} + C \varepsilon_t$$

- Existen diversos **métodos de solución**:
  - Blanchard y Khan, Sims, Klein, Stock y Watson, Uhlig
  - Blanchard y Khan es clásico pero requiere que A sea inversible y a menudo no lo es.
  - Sims y Klein utilizan ambos la descomposición generalizada de Schur
  - Uhlig se basa en la solución de una ecuación cuadrática matricial (no exige eliminar  $X_{t-1}$ )
  - Stock y Watson se basan en un teorema para lápices matriciales de Gantmacher.

# Solución del modelo EGDE (3)

- Cualquiera que sea el método a usar, la solución (de sendero de ensilladura) debe cumplir las llamadas condiciones de Blanchard-Khan:
  - el número de **eigenvalores** (generalizados) fuera del círculo unitario debe ser igual al número de variables de salto, o sea, de variables que figuran como esperadas para  $t+1$ .
  - Si es mayor, el modelo es **explosivo**: no existe solución convergente.
  - Si es menor, el modelo es **indeterminado**: existen infinitas soluciones convergentes.
- También debe cumplir una condición de **inversibilidad** de una cierta submatriz cuadrada (condición de rango).

# Solución del modelo EGDE (4)

- La solución (si existe y es única) puede expresarse como una ecuación de transición (o de política) para las variables de estado (VAR(1)):

$$X_{1,t} = DX_{1,t-1} + E\varepsilon_t$$

- y una ecuación para las demás variables en función de las de estado:

$$X_{2,t} = FX_{1,t}$$

- Insertando la primera en la segunda, puede expresarse la solución como:

$$X_t = \tilde{A}(\theta)X_{t-1} + \tilde{B}(\theta)\varepsilon_t$$

- Las matrices aquí son funciones (en general no-lineales) de  $\theta$ .
- Dados valores calibrados o estimados de  $\theta$ , esto permite obtener **funciones de impulso-respuesta (FIR)**, que dan la trayectoria de cada variable exógena cuando es perturbada (sólo en el primer período) por cada variable de shock.

# Solución con Dynare

- Actualmente existe software que permite ahorrar varios pasos en la solución de un sistema EGDE: e.g., Dynare, AIM, WinSolve, etc. Yo estoy usando Dynare.
- **Dynare**, en desarrollo por Michel Juillard y otros, en CEPREMAP, París, es un programa que se monta sobre MATLAB para resolver, simular y estimar (con ML o métodos Bayesianos) modelos EGDE. Puede bajarse gratuitamente del sitio de internet de Dynare.
- Sólo es necesario escribir las ecuaciones no-lineales y obtener una solución de EENE aproximada. Dynare se encarga de hacer la aproximación (lineal o cuadrática), resolver el modelo, hacer simulaciones estocásticas y los gráficos de las FIR, y aún hacer estimación econométrica de los parámetros.

# Modelos EGDE

## Plan de la Presentación

1. Conceptos generales sobre modelos EGDE
2. Modelo EGDE pequeño a modo de EJEMPLO de las etapas de construcción/calibración.
3. Ideas formales sobre solución de modelos EGDE
4. Solución de EJEMPLO mediante Dynare/MATLAB
5. Ideas básicas de estimación Bayesiana de parámetros de modelos EGDE
6. Uso de Dynare para estimación/proyección de modelo EJEMPLO
7. Dificultades con modelos más realistas/grandes: ARGEMmy

# Modelo Ejemplo: 8 Ecuaciones

$$\frac{1}{c_t} = \beta E_t \left( \frac{1}{c_{t+1}} (1 + r_{t+1} - \delta) \right)$$

$$w_t = \psi \frac{c_t}{1 - l_t}$$

$$y_t = k_t^\alpha (e^{z_t} l_t)^{1-\alpha}$$

$$l_t = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} (1 - \alpha) y_t / w_t$$

$$k_t = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \alpha y_t / r_t$$

$$y_t = c_t + i_t$$

$$i_t = k_{t+1} - (1 - \delta)k_t$$

$$z_t = \rho z_{t-1} + e_t,$$

$$0 < \rho < 1, e_t \sim N(0, \sigma)$$

# Solución del Ejemplo con Dynare

- El código en Dynare tiene varios bloques:
  - 1) declaración de variables endógenas, exógenas y parámetros:

```
var y c k i l w r z ;
```

```
varexo e ;
```

```
parameters beta psi delta alpha rho sigma epsilon ;
```

- 2) Valores calibrados de los parámetros:

```
alpha = 0.33; beta = 0.99; delta = 0.023; psi = 1.75;
```

```
rho = 0.95; sigma = (0.007/(1-alpha)); epsilon = 10;
```

# Solución del Ejemplo con Dynare

3) Bloque de ecuaciones (en general, no lineales):

model;

$$(1/c) = \text{beta} * (1/c(+1)) * (1+r(+1)-\text{delta});$$

$$\text{psi} * c / (1-l) = w;$$

$$c+i = y;$$

$$y = (k(-1)^\alpha * (\exp(z)*1)^{(1-\alpha)});$$

$$w = y * ((\text{epsilon}-1)/\text{epsilon}) * (1-\alpha) / l;$$

$$r = y * ((\text{epsilon}-1)/\text{epsilon}) * \alpha / k(-1);$$

$$i = k - (1-\text{delta}) * k(-1);$$

$$z = \text{rho} * z(-1) + e;$$

end;

# Solución del Ejemplo con Dynare

4) Valores aproximadas de variables endógenas para el cálculo recursivo del EENE:

initval;

$k = 9; c = 0.76; l = 0.3; w = 2.07; r = 0.03; z = 0; e = 0;$

end;

5) Instrucciones para calcular el EENE y los eigenvalores:

steady; check;

6) Bloque que da la varianza de los shocks (y quizás covarianzas entre shocks en modelos más complejos) :

shocks;

var e = sigma^2;

end;

# Solución del Ejemplo con Dynare

7) Instrucción para:

- computar una aproximación de primer orden de las funciones de transición,
- realizar una simulación estocástica con 2100 extracciones aleatorias de  $e_t$ ,
- obtener diversas estadísticas descriptivas (momentos, descomposición de varianza, correlaciones y autocorrelaciones), y
- graficar FIR para 40 períodos:

```
stoch_simul(periods=2100,order=1,irf=40);
```

(Hay muchas otras opciones adicionales.)

# Output de Dynare (1)

## Solución de EENE

### STEADY-STATE RESULTS:

y	0.892084
c	0.707986
k	8.00425
i	0.184098
l	0.302733
w	1.7769
r	0.033101
z	0

# Output de Dynare (2)

## Eigenvalores y Condición de rango

### EIGENVALUES:

Modulus	Real	Imaginary
0.9498	0.9498	0
0.95	0.95	0
1.071	1.071	0
Inf	Inf	0

There are 2 eigenvalue(s) larger than 1 in modulus for 2 forward-looking variable(s)

The rank condition is verified.

Hay 4 eigenvalores pues sólo hay 4 variables que están adelantadas (+1) o rezagadas (-1). Las demás podrían ser eliminadas por sustitución.

# Output de Dynare (3)

## Funciones de política y de transición

### POLICY AND TRANSITION FUNCTIONS

	y	i	l	w	k	z	c	r
Constant	0.892084	0.184098	0.302733	1.776902	8.004253	0	0.707986	0.033101
k(-1)	0.018513	-0.027209	-0.009252	0.091178	0.949791	0	0.045723	-0.003448
z(-1)	0.843223	0.641887	0.139496	0.860802	0.641887	0.950000	0.201336	0.031288
e	0.887604	0.675671	0.146838	0.906107	0.675671	1.000000	0.211933	0.032935

En la solución del modelo EGDE, cada variable endógena puede expresarse como función lineal de las 2 variables de estado rezagadas y el shock aleatorio.

# Output de Dynare (4)

## MOMENTS OF SIMULATED VARIABLES

VARIABLE	MEAN	STD. DEV.	VARIANCE	SKEWNESS	KURTOSIS
y	0.891743	0.040102	0.001608	0.545286	0.967565
c	0.707606	0.024896	0.000620	0.798873	1.409459
k	7.997223	0.397251	0.157809	0.837091	1.454811
i	0.184137	0.019381	0.000376	0.062878	0.200911
l	0.302765	0.003802	0.000014	-0.171726	0.281630
w	1.776031	0.066615	0.004438	0.733124	1.309657
r	0.033118	0.000940	0.000001	-0.413256	1.293771
z	0.000233	0.038638	0.001493	0.430351	0.747827

Se generan diversos estadísticos de las variables endógenas.

# Output de Dynare (5)

## CORRELATION OF SIMULATED VARIABLES

VARIABLE	y	c	k	i	l	w	r	z
y	1.0000	0.9277	0.8479	0.8775	0.6846	0.9697	0.1427	0.9926
c	0.9277	1.0000	0.9845	0.6349	0.3629	0.9908	-0.2372	0.8754
k	0.8479	0.9845	1.0000	0.4897	0.1940	0.9517	-0.4037	0.7772
i	0.8775	0.6349	0.4897	1.0000	0.9503	0.7338	0.6000	0.9292
l	0.6846	0.3629	0.1940	0.9503	1.0000	0.4858	0.8192	0.7681
w	0.9697	0.9908	0.9517	0.7338	0.4858	1.0000	-0.1033	0.9329
r	0.1427	-0.2372	-0.4037	0.6000	0.8192	-0.1033	1.0000	0.2619
z	0.9926	0.8754	0.7772	0.9292	0.7681	0.9329	0.2619	1.0000

# Output de Dynare (6)

## AUTOCORRELATION OF SIMULATED VARIABLES

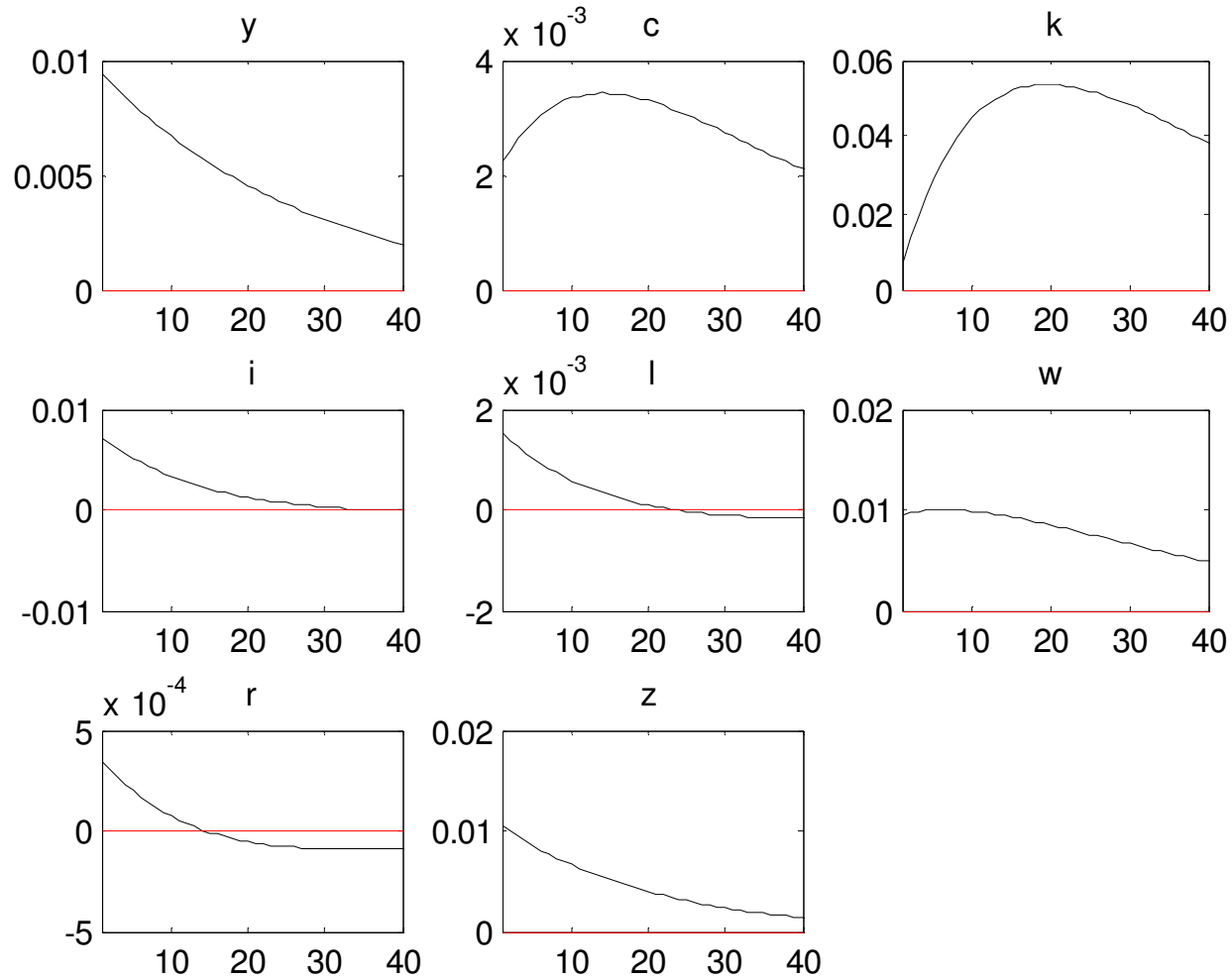
VARIABLE	1	2	3	4	5
y	0.9700	0.9431	0.9177	0.8909	0.8640
c	0.9957	0.9902	0.9834	0.9752	0.9659
k	1.0001	0.9976	0.9934	0.9879	0.9810
i	0.9260	0.8597	0.7998	0.7386	0.6793
l	0.9095	0.8273	0.7532	0.6781	0.6055
w	0.9887	0.9776	0.9661	0.9530	0.9391
r	0.9262	0.8558	0.7920	0.7272	0.6642
z	0.9591	0.9226	0.8888	0.8537	0.8189

Total computing time : 00:00:01

Toda el cómputo (incluyendo los gráficos de las FIR de abajo) llevó  
un segundo de mi computadora.

# Output de Dynare (7)

FIR: Respuestas a un *shock* de 1 d.e. a  $e_t$



# Modelos EGDE

## Plan de la Presentación

1. Conceptos generales sobre modelos EGDE
2. Modelo EGDE pequeño a modo de EJEMPLO de las etapas de construcción/calibración.
3. Ideas formales sobre solución de modelos EGDE
4. Solución de EJEMPLO mediante Dynare/MATLAB
5. Ideas básicas de estimación Bayesiana de parámetros de modelos EGDE
6. Uso de Dynare para estimación/proyección de modelo EJEMPLO
7. Dificultades con modelos más realistas/grandes: ARGEMmy

# Estimación Bayesiana

- La estimación Bayesiana puede verse como un **punto entre la calibración y la estimación por ML**. Se reemplaza (casi siempre parcialmente) la calibración por la especificación de una **densidad a priori** de los parámetros a estimar:

$$p(\theta/M)$$

- donde **M** denota un modelo particular y  **$\theta$**  los parámetros de ese modelo.
- La densidad a priori puede ser muy poco informativa (uniforme) o informativa (normal/gama/beta, etc.) en diversos grados según los desvíos estándares supuestos.
- El Teorema de Bayes permite pasar de la densidad a priori a la **densidad a posteriori**:

$$P(\theta/Y_T, M) = \frac{p(Y_T/\theta, M)p(\theta/M)}{p(Y_T, M)}$$

- La **función de verosimilitud** surge directamente de la densidad de muestreo (que figura en el numerador):

$$p(Y_T/\theta, M) = \mathcal{L}(\theta/Y_T, M)$$

- Además, la densidad predictiva (o marginal) (que figura en el denominador es sólo una constante. Luego la densidad a priori es proporcional al producto de la función de verosimilitud y la densidad a priori:

$$P(\theta/Y_T, M) \propto \mathcal{L}(\theta/Y_T, M)p(\theta/M)$$

# Estimación Bayesiana (2)

- La estimación Bayesiana también puede verse como una **ampliación de la estimación de ML** pues consiste en obtener los parámetros que maximicen el núcleo (*kernel*) (del log) de la densidad a posteriori:

$$\max_{\theta} \ln P(\theta/Y_T) = \ln \mathcal{L}(\theta/Y_T) + \ln p(\theta)$$

- Para estimar parámetros, puede ampliarse la solución obtenida de un modelo aproximado para incluir
  1. la relación entre variables de estado del modelo y las variables **observables**  $Y_t$  (que tenemos como series de tiempo),
  2. posibles **errores de medición**  $\eta$  de estas variables:

$$\begin{aligned} X_t &= \tilde{A}(\theta)X_{t-1} + \tilde{B}(\theta)\varepsilon_t & E_t(\varepsilon_t) &= 0 & E_t(\eta_t) &= 0 \\ Y_t &= \tilde{C}X(\theta) + \tilde{C}X_t + \eta_t & E_t(\varepsilon_t\varepsilon_t') &= \Sigma_\varepsilon & E_t(\eta_t'\eta_t) &= \Sigma_\eta \end{aligned}$$

# Estimación Bayesiana (3)

- Esto coloca la solución del EGDE en un formato conveniente pues permite aplicar el **filtro de Kalman** para la estimación de la función de verosimilitud (FV)  $\mathcal{L}(\theta/Y_T)$  .
- Una vez que se tiene la FV es fácil obtener el núcleo de la densidad posterior.
- Para estimar se utiliza
  - el **filtro de Kalman** para estimar la FV en forma recursiva,
  - técnicas de **optimización numérica** para obtener una estimación del **modo** de la distribución a posteriori
  - técnicas de simulación de **Monte Carlo** para obtener una aproximación de la densidad a posteriori.

# Modelos EGDE

## Plan de la Presentación

1. Conceptos generales sobre modelos EGDE
2. Modelo EGDE pequeño a modo de EJEMPLO de las etapas de construcción/calibración.
3. Ideas formales sobre solución de modelos EGDE
4. Solución de EJEMPLO mediante Dynare/MATLAB
5. Ideas básicas de estimación Bayesiana de parámetros de modelos EGDE
6. Uso de Dynare para estimación/proyección de modelo EJEMPLO
7. Dificultades con modelos más realistas/grandes: ARGEMmy

# Estimación Bayesiana del Ejemplo con Dynare

- En lugar de usar el comando `stoch-simul` puede pedirse a Dynare que realice una estimación Bayesiana de los parámetros del modelo utilizando un archivo de datos.
- En la estimación a continuación se usan datos sintéticos obtenidos de la simulación estocástica que se hizo arriba.
- Para ello sólo era necesario pedir que se guardaran los datos simulados en un archivo nuevo (`simuldataRBC`) agregando el comando:  

```
datatomfile('simuldataRBC',[]);
```

# Estimación Bayesiana del Ejemplo con Dynare (2)

- Con un bloque adicional, se estipulan las densidades *a priori* de los parámetros a estimar así como sus medias y desvíos estándar:

```
estimated_params;  
alpha,      beta_pdf,      0.35,  0.02;  
beta,       beta_pdf,      0.99,  0.002;  
delta,      beta_pdf,      0.025, 0.003;  
psi,        gamma_pdf,     1.75,  0.02;  
rho,        beta_pdf,      0.95,  0.05;  
epsilon,    gamma_pdf,     10,    0.003;  
stderr e,   inv_gamma_pdf, 0.01,  inf;  
  
end;
```

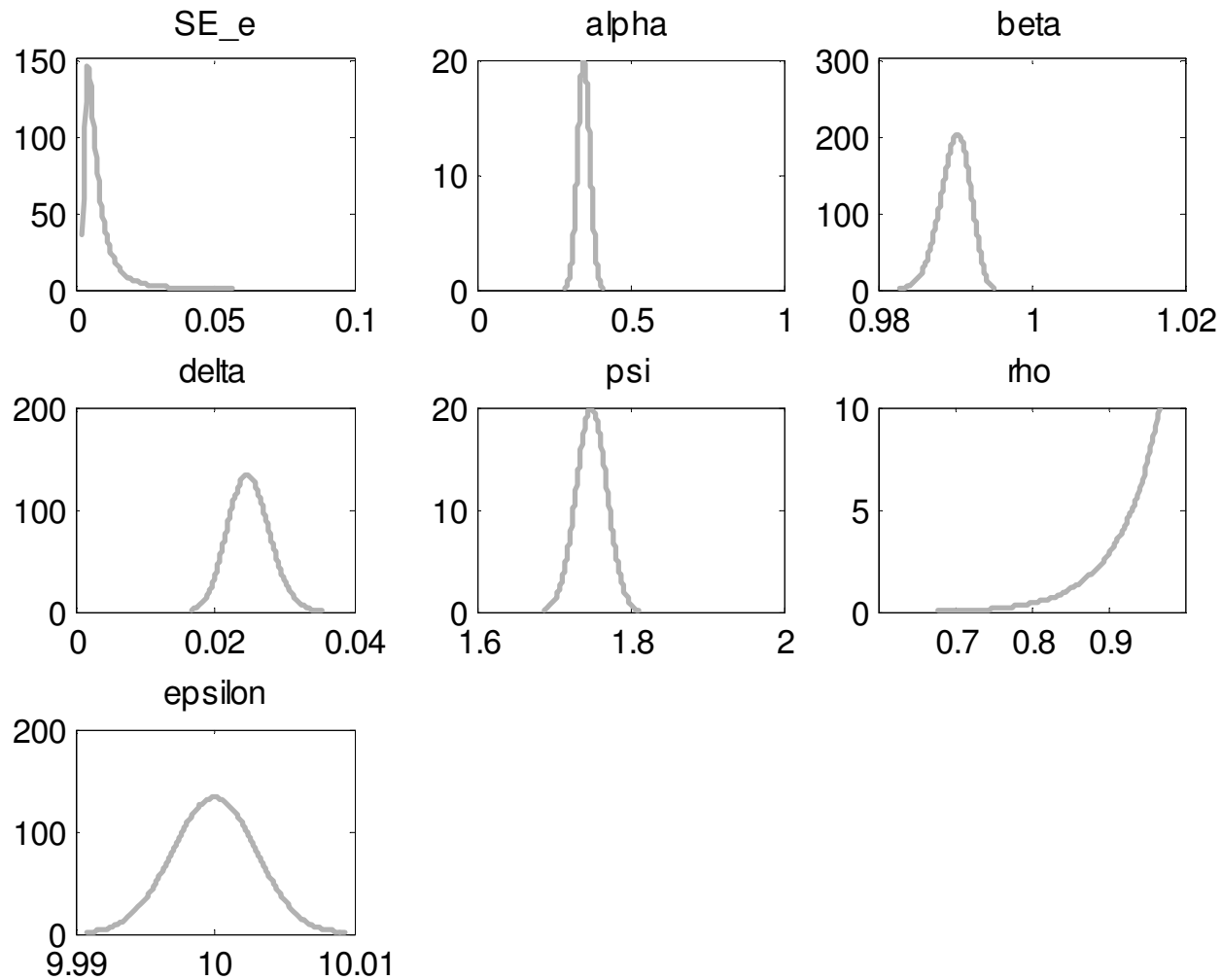
- En este caso se estipulan densidades *beta* para 4 parámetros, *gamma* para  $\psi$  y *gamma invertida* (tipo1) para  $\sigma$

# Estimación Bayesiana del Ejemplo con Dynare (3)

- Los comandos a utilizar son los siguientes:
- `varobs y;`  
`estimation(datafile=simuldataRBC,nobs=200,first_obs=500,  
mh_replic=2000,mh_nblocks=2,mh_drop=0.45,mh_jscale=0.8);`
- Se especifica que `y` es la variable **observable**. Las demás se toman como **latentes**.
- Se pide:
  - Utilizar el archivo de datos simulados ‘simuldataRBC’
  - Utilizar 200 observaciones (de las 2100 generadas antes)
  - Comenzando por la número 500
  - Calcular el **modo** de la densidad *a posteriori*
  - Utilizar el algoritmo de Metropolis-Hastings para (mediante Monte Carlo de Cadena de Markov – MCMC) obtener la densidad *a posteriori*.
- Debe haber al menos tantos shocks como variables observables para evitar el problema de la **singularidad estocástica**. Como hay 1 shock no puede haber más de 1 observable.

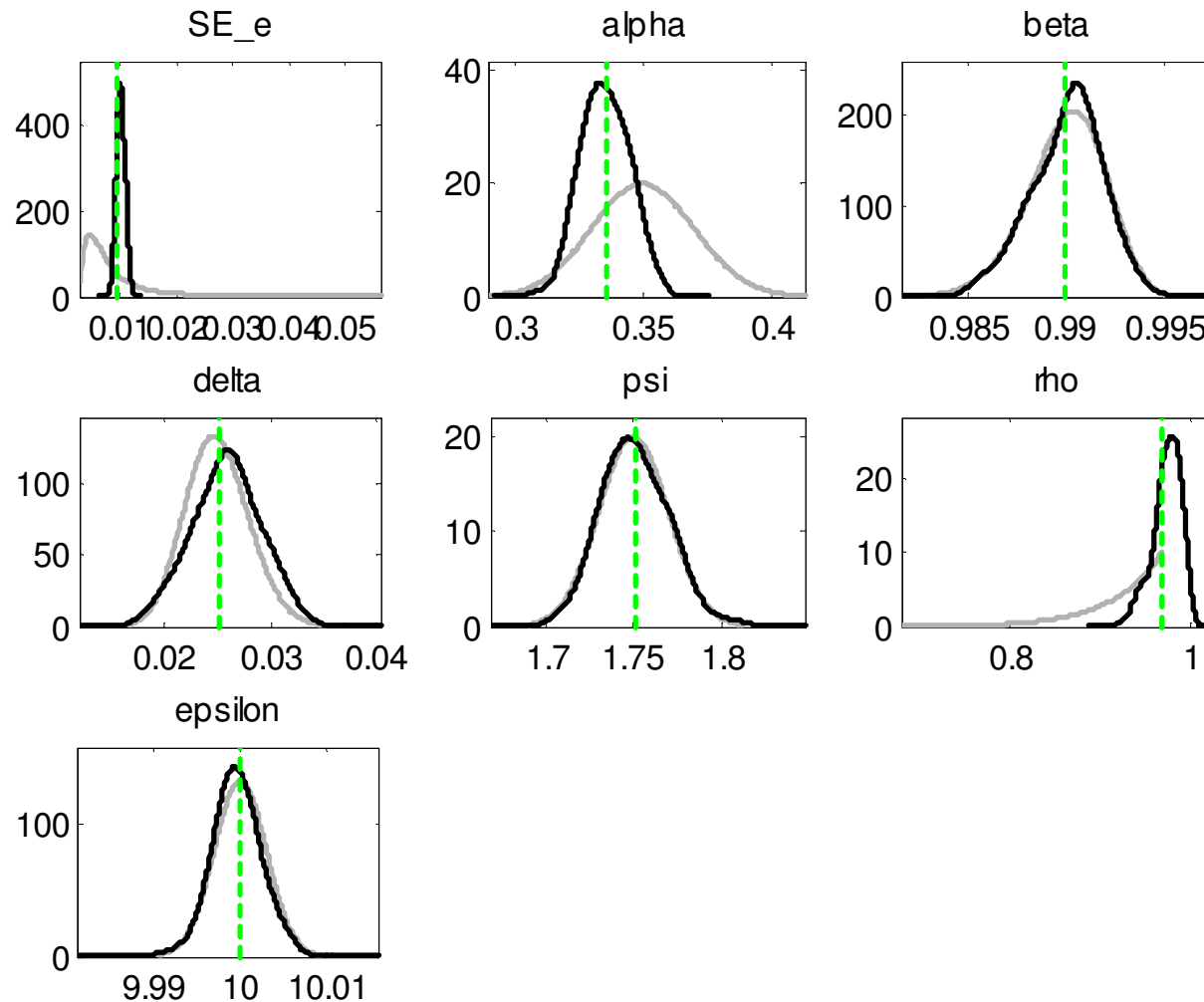
# Estimación Bayesiana

densidades a priori



# Estimación Bayesiana

comparación de densidades a priori y a posteriori



# Estimación Bayesiana

## ESTIMATION RESULTS

Log data density is 670.295944.

### parameters

prior	mean	post. mean	conf. interval	prior	pstdev
alpha	0.350	0.3340	0.3211 0.3479	beta	0.0200
beta	0.990	0.9897	0.9868 0.9928	beta	0.0020
delta	0.025	0.0258	0.0208 0.0303	beta	0.0030
psi	1.750	1.7478	1.7201 1.7740	gamm	0.0200
rho	0.950	0.9750	0.9560 0.9980	beta	0.0500
epsilon	10.000	9.9999	9.9948 10.0040	gamm	0.0030

### standard deviation of shocks

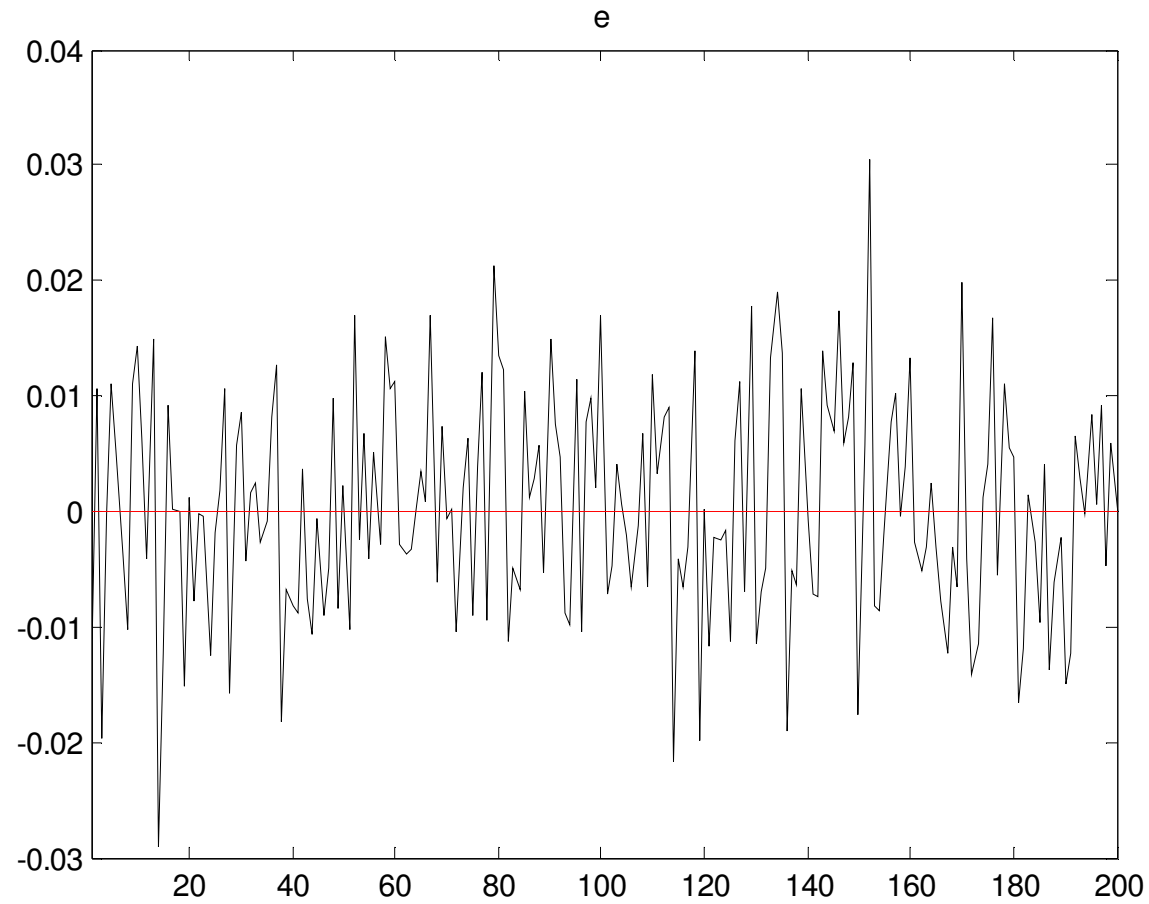
prior	mean	post. mean	conf. interval	prior	pstdev
e	0.010	0.0103	0.0088 0.0116	invg	Inf

Total computing time : 00:02:01

- La estimación demoró 121 veces más que la simulación!

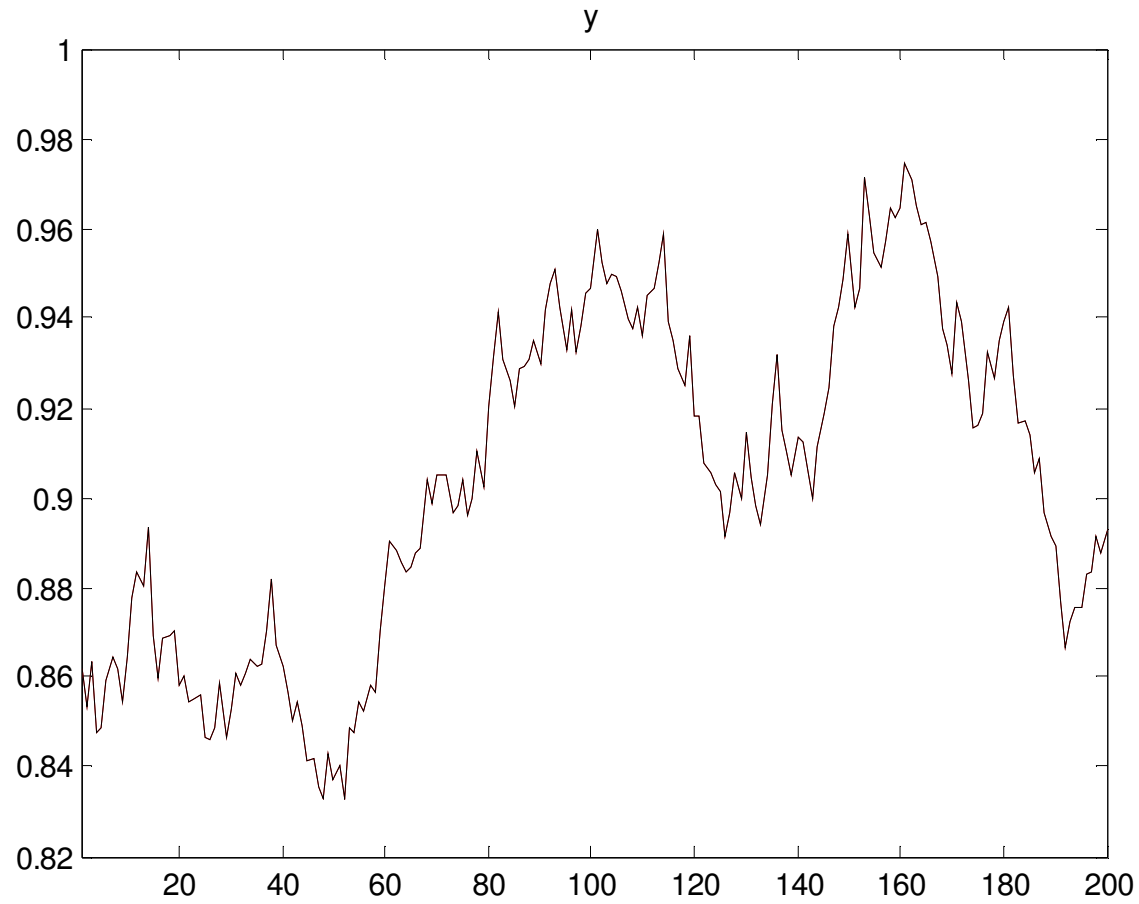
# Estimación Bayesiana

## el shock simulado



# Estimación Bayesiana

la variable observable



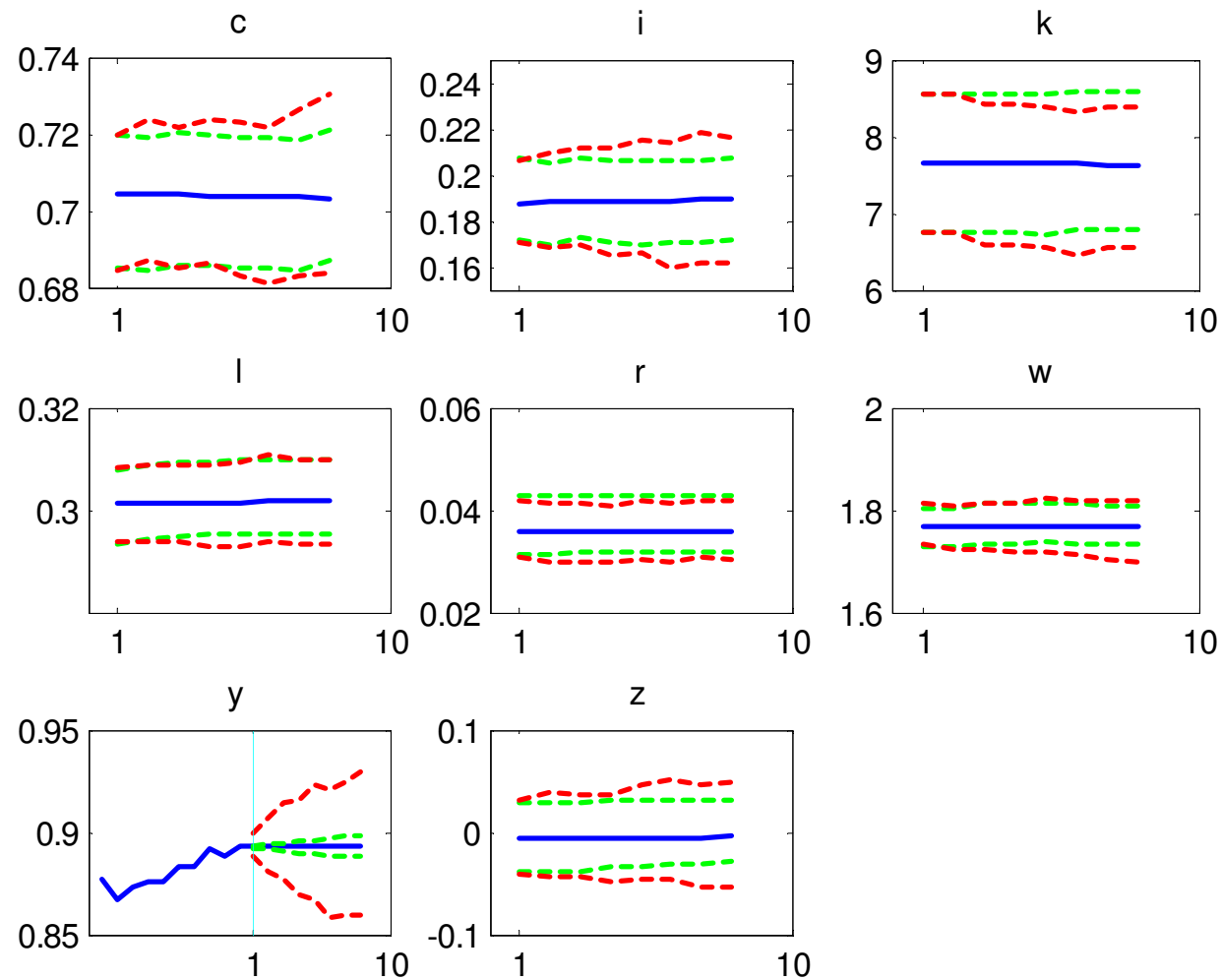
# Pronósticos fuera de la muestra

- Para obtener pronósticos fuera de la muestra con Dynare usando los parámetros estimados, sólo es necesario incluir la opción `forecast` en el comando `estimation`:

```
estimation(datafile=simuldataRBC,nobs=200,first_obs=500,  
           mh_replic=2000,mh_nblocks=2,mh_drop=0.45,mh_jscale=0.8,  
           forecast=10);
```

- Se obtienen 2 intervalos de confianza:
  - 1) Verde: por incertidumbre en estimación de parámetros
  - 2) Rojo: por incertidumbre de parámetro *y* de shocks futuros
  - 3) Para la variable observable, el pronóstico comienza desde el último valor observado
  - 4) Para las demás, se obtienen observaciones muestreando desde la densidad *a posteriori*.

# Pronósticos fuera de la muestra



# Modelos EGDE

## Plan de la Presentación

1. Conceptos generales sobre modelos EGDE
2. Modelo EGDE pequeño a modo de EJEMPLO de las etapas de construcción/calibración.
3. Ideas formales sobre solución de modelos EGDE
4. Solución de EJEMPLO mediante Dynare/MATLAB
5. Ideas básicas de estimación Bayesiana de parámetros de modelos EGDE
6. Uso de Dynare para estimación/proyección de modelo EJEMPLO
7. Dificultades con modelos más realistas/grandes: ARGEMmy

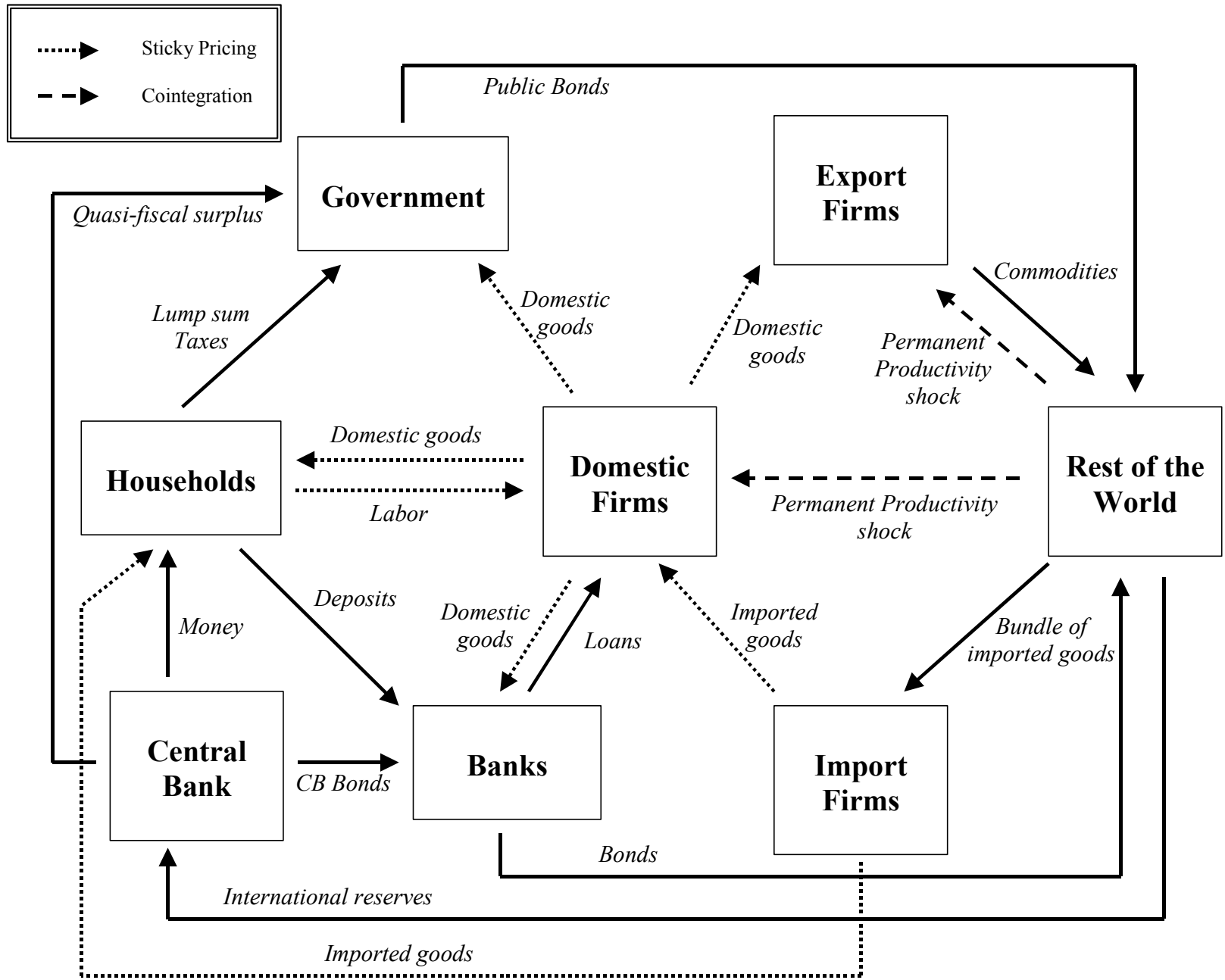
# Modelos más grandes

- En los modelos medianamente **grandes** se encuentran diversas **dificultades**:
  - Muchas de las variables del modelo pueden no ser **estacionarias** (PIB) y es necesario transformarlas para hacerlas estacionarias (o sea,  $I(0)$ ).
  - La calibración inicial para **encontrar un EENE** está plagada de dificultades. Es casi un arte.
  - Lo que es mucho más difícil es la estimación (confiable) de los parámetros.
    - Se encuentran **problemas de convergencia** en la búsqueda del modo de la distribución a posteriori. Deben probarse diversos algoritmos de optimización. (Hay varias opciones en Dynare).
    - Hay **problemas de identificación** de parámetros. Algunos parámetros no son identificables y no queda otro remedio que calibrarlos. Las demás estimaciones serán condicionales a esos parámetros calibrados.

# ARGEMmy:

## Versión reducida de ARGEM

- Sectores en ARGEMmy:
  - Hogares
  - Empresas de 3 tipos: domésticas, de importación y de exportación
  - Bancos
  - Gobierno
  - Banco Central
  - Resto del Mundo
- Estructura de mercados:
  - competencia monopolística en Hogares (variedades de trabajo), Empresas domésticas y de importación.
  - competencia perfecta (sin entrada) en Empresas de exportación y Bancos.
- Precios/salarios pegajosos a lo Calvo/Rotemberg/Yun
- Fijación de precios en moneda local para importadores.



# ARGEMmy: shocks AR(1)

- Hay muchos shocks autoregresivos
- Domésticos:
  - Demanda para consumo,
  - Productividad transitoria y permanente
  - Fracción de costos en sector doméstico financiado por Bancos
  - Gasto Público,
- Shocks del RM:
  - Términos de intercambio
  - Tasa de crecimiento permanente de la productividad,
  - Inflación de bienes importados
  - Tasa de interés,
  - Prima de riesgo para Bancos y para Gobierno.

# ARGEMmy: tipo de cambio fijo, flotante o administrado

- Pueden acomodarse diversos regímenes monetarios y cambiarios
- Hay espacio para dos reglas (de retroalimentación) de política:
  - 1) Para la tasa de interés

$$1 + i_t = (\Xi^{TR})^{1-h_0} (1 + i_{t-1})^{h_0} \left( \frac{\pi_t}{\pi_t^T} \right)^{h_1} \left( \frac{\pi_t^C}{\pi_t^{CT}} \right)^{h_2} \left( \frac{y_t}{y_t^T} \right)^{h_3} \left( \frac{e_t}{e_t^T} \right)^{h_4} \left( \frac{e_{t-1}}{e_{t-1}^T} \right)^{-h_5}$$

- 2) Para la tasa de depreciación nominal

$$\delta_t = \Xi^{FXI} (\delta_{t-1})^{k_0} \left( \frac{\tilde{\pi}_t^C}{\tilde{\pi}_t^T} \right)^{-k_1} \left( \frac{y_t}{y_t^T} \right)^{-k_2} \left( \frac{e_t}{e_t^T} \right)^{-k_3} \left( \frac{e_{t-1}}{e_{t-1}^T} \right)^{k_4} \left( \frac{E_t e_{t+1} r_{t+1}^{*CB} / y_{t+1}}{\gamma^{CBT}} \right)^{k_5}$$

# ARGEMmy en Dynare: Versión Tipo de cambio fijo

There are 15 eigenvalue(s) larger than 1 in modulus  
for 15 forward-looking variable(s)

The rank condition is verified.

## MODEL SUMMARY

Number of variables:	90
Number of stochastic shocks:	16
Number of state variables:	52
Number of jumpers:	15
Number of static variables:	29

# Estimation results

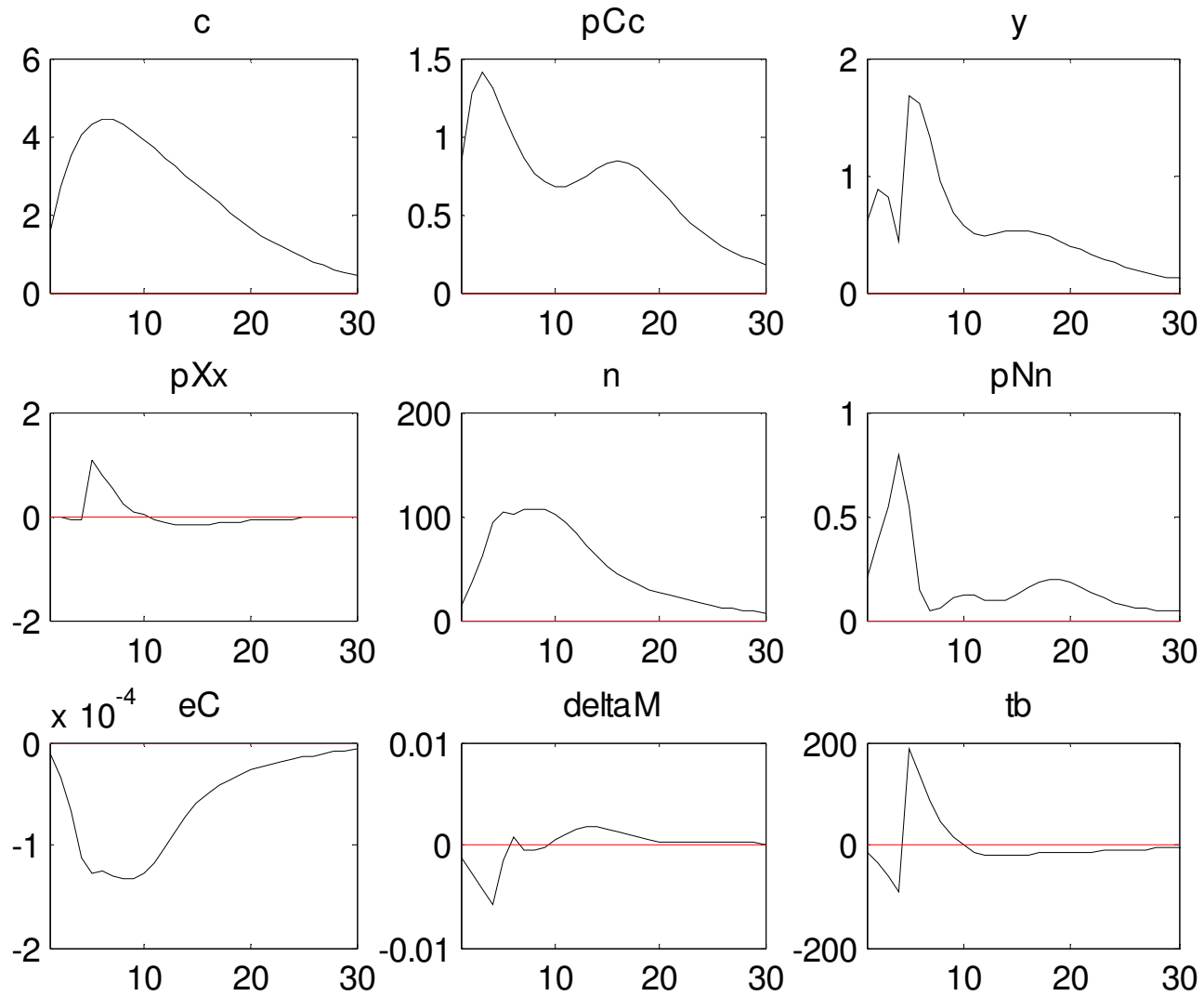
## Parameters

	prior mean	post. mean	confidence interval		prior	pstdev
k_0	0.20	-0.1657	-0.4853	0.0736	norm	2.000
k_1	-2.50	-1.6218	-2.9543	-0.6590	norm	4.500
k_2	-0.50	-0.3903	-0.6251	-0.0985	norm	2.000
k_3	-0.60	0.0026	-0.0002	0.0056	norm	1.000
k_4	-0.50	0.0018	-0.0013	0.0047	norm	1.000
k_5	0.15	0.0300	-0.1125	0.2004	norm	1.000
thetaN	1.30	1.1754	1.1477	1.2011	norm	3.000
thetaC	0.70	0.9895	0.8425	1.1286	norm	2.000
bD	0.89	0.8903	0.8774	0.9044	beta	0.050
bA	0.06	0.0729	0.0634	0.0792	beta	0.030
xi	0.85	0.8091	0.7979	0.8230	beta	0.040
psi	12.00	7.3116	4.6179	10.2944	norm	24.000
alphaD	0.70	0.6133	0.5889	0.6299	beta	0.100
alphaN	0.70	0.5889	0.5617	0.6270	beta	0.100
alphaW	0.70	0.5808	0.5559	0.6042	beta	0.100
alpha_z	0.01	0.0151	0.0119	0.0175	beta	0.015
rhoz	0.85	0.6733	0.6587	0.6863	beta	0.100

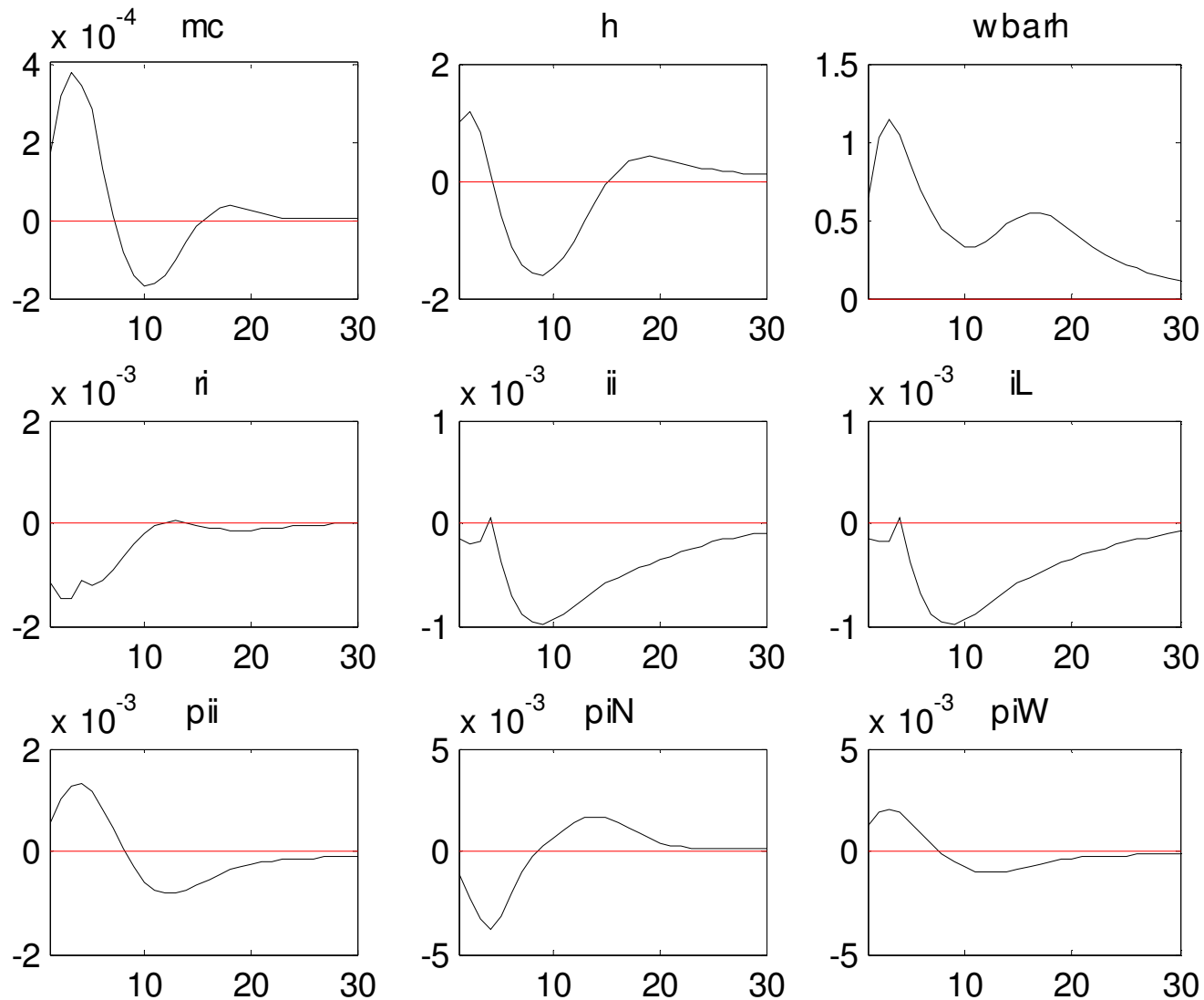
# Estimation results (2)

Parameters	prior mean	post. mean	confidence interval		prior	pstdev
rhozH	0.60	0.5283	0.5150	0.5501	beta	0.100
rhoEpsilon	0.70	0.6563	0.6322	0.6820	beta	0.100
rhoVarsigma	0.55	0.5951	0.5680	0.6298	beta	0.100
rhozA	0.20	0.2270	0.1854	0.2579	beta	0.100
rhoPStar	0.83	0.8169	0.8006	0.8318	beta	0.100
rhoPiStarN	0.65	0.5981	0.5833	0.6140	beta	0.100
rhoiStar	0.72	0.7275	0.7080	0.7489	beta	0.100
rhoPhiStarB	0.50	0.2790	0.2608	0.2904	beta	0.080
rhoPhiStarG	0.25	0.2733	0.2580	0.2881	beta	0.080
rhoMuzStar	0.50	0.5226	0.5025	0.5383	beta	0.090
rhog	0.80	0.8196	0.7992	0.8377	beta	0.060
Standard deviation of shocks						
eps_zC	0.250	0.1445	0.0975	0.1886	invg	Inf
eps_zH	0.600	0.6980	0.6448	0.7835	invg	0.2
eps_epsilon	0.200	0.3412	0.2179	0.4669	invg	Inf
eps_varsigma	0.040	0.0845	0.0109	0.1573	invg	Inf
eps_zA	0.080	0.0643	0.0185	0.1196	invg	Inf
eps_pStar	0.150	0.2416	0.1629	0.3189	invg	Inf
eps_piStarN	0.100	0.0925	0.0471	0.1391	invg	Inf
eps_iStar	0.400	0.3690	0.2974	0.4250	invg	0.2
eps_phiStarB	0.150	0.1763	0.1299	0.2211	invg	Inf
eps_phiStarG	0.050	0.0553	0.0112	0.1213	invg	Inf
eps_muzStar	0.100	0.0656	0.0378	0.0918	invg	Inf
eps_g	0.100	0.1267	0.0951	0.1575	invg	Inf
eps_varepsilonz	0.080	0.0818	0.0600	0.1032	invg	Inf
eps_varepsilondelta	0.100	0.0519	0.0244	0.0801	invg	Inf

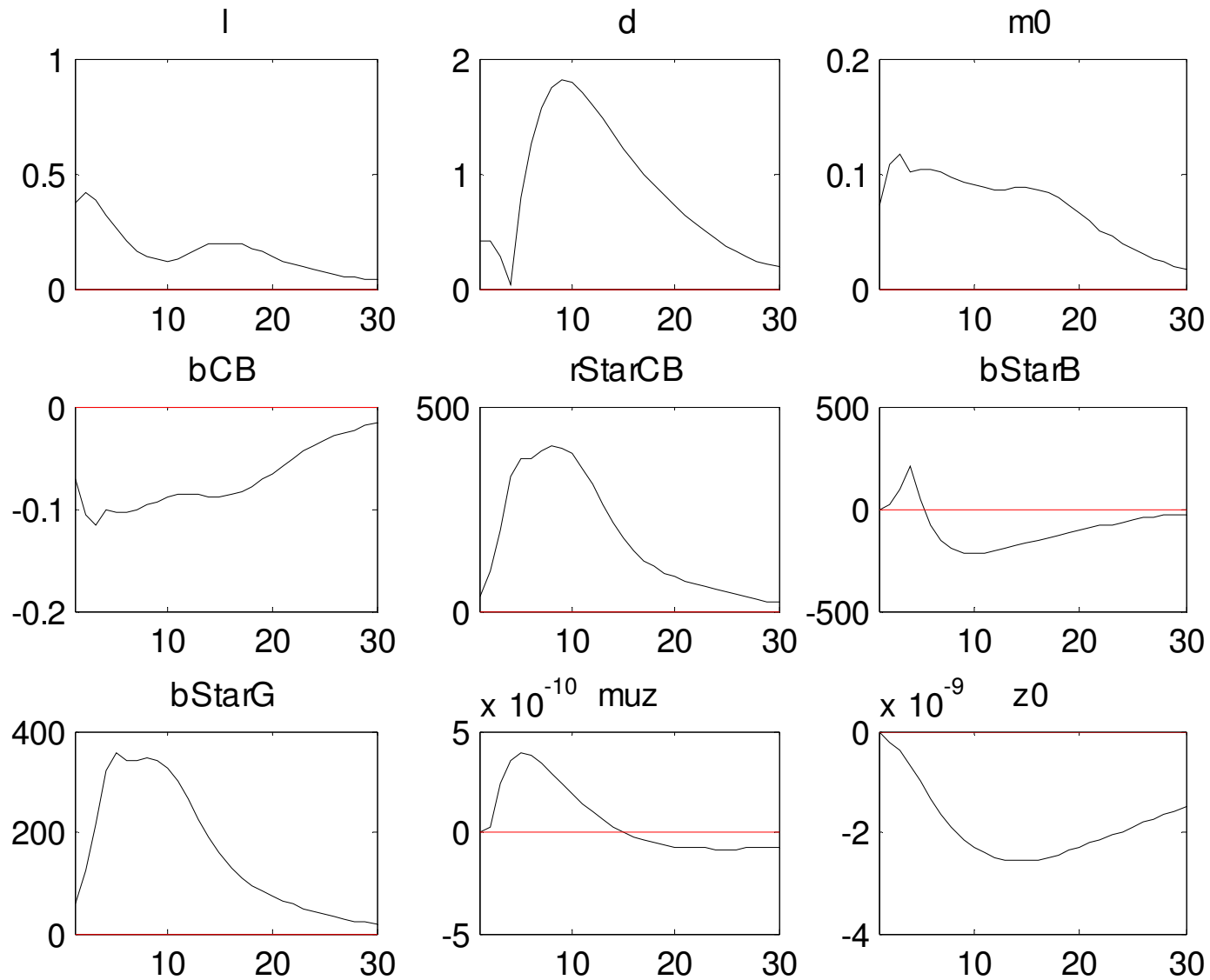
# Response to a terms of trade shock $\varepsilon_t^{p^{**}}$ ,



# Response to a terms of trade shock $\varepsilon_t^{p^{**}}$ ,



# Response to a terms of trade shock $\varepsilon_t^{p^{**}}$ ,



# Conclusiones

- Los modelos EGDE constituyen una forma rigurosa de tratar a la macroeconomía, incluyendo la política económica.
- Existen instrumentos potentes (que están en continuo desarrollo) para trabajar con modelos EGDE.
- Fuera del ámbito académico, los Bancos Centrales los usan cada vez más para análisis de políticas y pronósticos. Pero podrían/deberían ser utilizados por otros organismos públicos y privados.
- Requieren apreciable inversión de tiempo/esfuerzo pues se encuentran múltiples dificultades.
- Pero puede ser una inversión redituable en su uso práctico si el contexto es adecuado.